

321. a) Arvoa 85 vastaava normitettu arvo $z = \frac{85 - 100}{15} = -1$.

Arvoa 130 vastaava normitettu arvo $z = \frac{130 - 100}{15} = 2$.

b) Arvoa 85 vastaava normitettu arvo on -1 .

Kuvion mukaan normitetun arvon -1 alapuolella on
 $2 \% + 5 \% + 9 \% = 16 \%$ jakaumasta.

Rajan yläpuolella on 84% jakaumasta.

Siis 85 pisteen rajan ylittää 84% testatuista.

Arvoa 130 vastaava normitettu arvo on 2 .

Kuvion mukaan normitetun arvon 2 yläpuolella on 2% jakaumasta.
Rajan alapuolella on 98% .

Siis korkeintaan 130 pisteen tulos on 98% :lla testatuista.

322. a) $P(Z \leq 1,35) = \Phi(1,35) \approx 0,9115$

b) $P(Z \leq -1,26) = \Phi(-1,26) = 1 - \Phi(1,26) \approx 1 - 0,8962 = 0,1038$

c) $P(Z > -0,81) = 1 - P(Z \leq -0,81) = 1 - \Phi(-0,81)$
 $= 1 - (1 - \Phi(0,81)) = 1 - 1 + \Phi(0,81)$
 $= \Phi(0,81) \approx 0,7910$

(Myös: Symmetrian vuoksi $P(Z > -0,81) = P(Z < 0,81) = \Phi(0,81)$.)

d) $P(-0,70 \leq Z \leq 0,45) = \Phi(0,45) - \Phi(-0,70)$
 $= \Phi(0,45) - (1 - \Phi(0,70))$
 $\approx 0,6736 - (1 - 0,7580) = 0,4316$

323. $P(X \leq x) = \Phi(z)$, missä $z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{x - 3,0}{1,9}$ on normitettu arvo.

$$\text{a) } P(X \leq 3,7) = P(Z \leq \frac{3,7 - 3,0}{1,9})$$

$$\approx P(Z \leq 0,37) = \Phi(0,37) \approx 0,6443 \approx 0,64$$

$$\text{b) } P(X \leq 1,9) = P(Z \leq \frac{1,9 - 3,0}{1,9}) \approx P(Z \leq -0,58)$$

$$= \Phi(-0,58) = 1 - \Phi(0,58) \approx 1 - 0,7190 \approx 0,28$$

$$\text{c) } P(0,0 \leq X \leq 4,1) \approx P(-1,58 \leq Z \leq 0,58) = \Phi(0,58) - \Phi(-1,58)$$

$$= \Phi(0,58) - (1 - \Phi(1,58))$$

$$= 0,7190 - (1 - 0,9429) \approx 0,66$$

324. Merkitään X = syntymäpituus ja

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{X - 52,0}{3,5} \text{ vastaava normitettu satunnaismuuttuja.}$$

$$\text{a) } P(X < 56,0) = P\left(Z < \frac{56,0 - 52,0}{3,5}\right) = P(Z < 1,14) = \Phi(1,14) \approx 0,8729 \approx 0,87$$

87 %:n pituus on alle 56,0 cm.

$$\text{b) } P(X > 50,0) = P\left(Z > \frac{50,0 - 52,0}{3,5}\right)$$

$$\approx P(Z > -0,57) = P(Z < 0,57) = \Phi(0,57) \approx 0,72$$

72 %:n pituus on yli 50,0 cm.

$$\text{c) } P(50,0 \leq X \leq 56,0) = P(-0,57 \leq Z \leq 1,14) = \Phi(1,14) - \Phi(-0,57) \\ \approx 0,8729 - (1 - 0,7157) \approx 0,59$$

59 % on välillä 50,0 cm–56,0 cm.

d) Pituus on alle 47,0 cm tai yli 57,0 cm.

$$P(X < 47,0) = P(Z \leq -1,43) = \Phi(-1,43) = 1 - \Phi(1,43) \approx 1 - 0,9236 \approx 0,076$$

Siis noin 7,6 % on alle 47,0 cm.

Symmetrian vuoksi 7,6 % on yli 57,0 cm.

Siis noin 15 %:n pituus poikkeaa keskiarvosta enemmän kuin 5,0 cm.

326. a) $P(Z \leq z) = \Phi(z) = 0,90$.

Taulukosta: $z \approx 1,28$

b) $P(Z \leq z) = 0,25$, kun $\Phi(z) = 0,25$.

Siis $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z) = 0,75$.

Taulukosta: $-z \approx 0,67$

$$z \approx -0,67$$

c) Symmetrian perusteella:

$$P(Z > z) = \frac{1}{2}(1 - 0,86) = 0,07, \text{ joten } P(Z \leq z) = 0,93.$$

Taulukosta: $\Phi(z) = 0,93$, kun $z \approx 1,48$.

327. Rajaa x vastaava normitettu arvo on $z = \frac{x - 10,0}{4,0}$.

a) $P(X \leq x) = \Phi(z)$, joten $\Phi(z) = 0,67$.

Taulukosta saadaan $z \approx 0,44$.

$$\frac{x - 10,0}{4,0} = 0,44 \quad | \cdot 4,0$$

$$x - 10 = 4 \cdot 0,44$$

$$x = 10 + 1,76 \approx 11,8$$

b) $P(X \geq x) = 1 - P(X \leq x) = 1 - \Phi(z) = \Phi(-z)$.

Siis $\Phi(-z) = 0,90$. Taulukosta saadaan $-z \approx 1,28$, joten $z \approx -1,28$.

$$\frac{x - 10,0}{4,0} = -1,28 \quad | \cdot 4,0$$

$$x - 10 = -4 \cdot 1,28$$

$$x = 10 - 5,12 \approx 4,9$$

328. a) Hyväksymisrajan x alapuolella pitää olla 85 % tuloksista.

Siis $P(X \leq x) = \Phi(z) = 0,85$, missä z on vastaava normitettu arvo:

$$z = \frac{x - 82}{12}.$$

Taulukosta: $\Phi(z) = 0,85$, kun $z \approx 1,04$

$$\frac{x - 82}{12} = 1,04 \quad | \cdot 12$$

$$x - 82 = 12 \cdot 1,04$$

$$x = 82 + 12 \cdot 1,04$$

$$x \approx 94$$

b) Hyväksymisrajan alapuolella pitää olla 20 % tuloksista.

Siis $P(X \leq x) = 0,2$.

$P(Z \leq z) = \Phi(z) = 0,2$, kun $\Phi(-z) = 0,8$.

Taulukosta: $\Phi(-z) = 0,8$, kun $-z \approx 0,84$. Siis $z \approx -0,84$.

$$\frac{x - 82}{12} = -0,84 \quad | \cdot 12$$

$$x - 82 = -12 \cdot 0,84$$

$$x = 82 - 12 \cdot 0,84$$

$$x \approx 71,9$$

Hyväksymisrajan pitää olla 72.

329. a) Välin ulkopuolella on 10 % pojista, joten

välin ylärajan a alapuolella on 95 %.

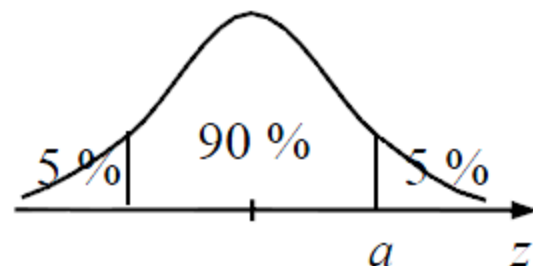
Siis $P(X \leq a) = \Phi(z) = 0,95$, missä z on vastaava normitettu arvo.

Taulukosta: $\Phi(z) = 0,95$, kun $z \approx 1,645$

Siis välin päätepisteet ovat 1,645:n keskihajonnan eli $1,645 \cdot 5,0 = 8,2$ (cm):n päässä keskiarvosta 122,7 cm.

Välin yläraja on $122,7 + 8,2 = 130,9$ (cm).

Välin alaraja on $122,7 - 8,2 = 114,5$ (cm).



b) Välin ulkopuolella on 5 % pojista, joten

välin ylärajan a alapuolella on 97,5 %.

Taulukosta: $\Phi(z) = 0,975$, kun $z \approx 1,96$

Välin yläraja on $122,7 + 1,96 \cdot 5 = 132,5$ (cm).

Välin alaraja on $122,7 - 1,96 \cdot 5 = 112,9$ (cm).

331. Tapahtuman ”Ainakin yksi yli 180 cm” vastatapahtuma on ”Kaikki enintään 180 cm”.

Rajaa 180 (cm) vastaava normitettu arvo $z = \frac{180 - 173,1}{7,2} \approx 0,96$.

Siis:

$$P(\text{Pelaaja enintään 180 cm}) \approx \Phi(0,96) \approx 0,8315$$

$$P(6 \text{ pelaajaa enintään 180 cm}) = 0,8315^6 \approx 0,33$$

Siis

$$P(\text{Ainakin yksi yli 180 cm}) \approx 1 - 0,33 = 0,67.$$

337. Merkitään X = pituus ja $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{X - 160,2}{6,1}$ vastaava normitettu satunnaismuuttuja.

a)
$$P(X < 155) = P\left(Z < \frac{155 - 160,2}{6,1}\right)$$
$$\approx P(Z < -0,85) = \Phi(-0,85) = 1 - \Phi(0,85) \approx 1 - 0,8023 \approx 0,20$$
20 %:n pituus on alle 155 cm.

b)
$$P(X > 170) = P\left(Z > \frac{170 - 160,2}{6,1}\right)$$
$$\approx P(Z > 1,61) = 1 - \Phi(1,61) \approx 1 - 0,9463 \approx 0,054$$
5,4 %:n pituus on yli 170 cm

c)
$$P(150 \leq X < 170) = P(-0,85 \leq Z \leq 1,61) = \Phi(1,61) - \Phi(-0,85)$$
$$\approx 0,9463 - (1 - 0,8023) \approx 0,75$$
75 % on välillä 150 cm–170 cm.

338. Rajaa 37 (cm) vastaava normitettu arvo $z = \frac{37 - 42}{5,8} \approx -0,86$.

$$\begin{aligned} P(\text{Pituus yli 37 cm}) &= 1 - P(\text{pituus alle 37 cm}) = 1 - \Phi(-0,86) \\ &\approx 1 - (1 - 0,8051) = 0,8051 \approx 0,81 \end{aligned}$$

Rajan yläpuolella on 81 % kuhista.

- 342.** Rajan x alapuolella oleva annos X parantaa 90 % kissoista.
Siis $P(X \leq x) = \Phi(z) = 0,9$, missä z on vastaava normitettu arvo:

$$z = \frac{x - 25}{2,5}.$$

Taulukosta: $\Phi(z) = 0,9$, kun $z \approx 1,28$

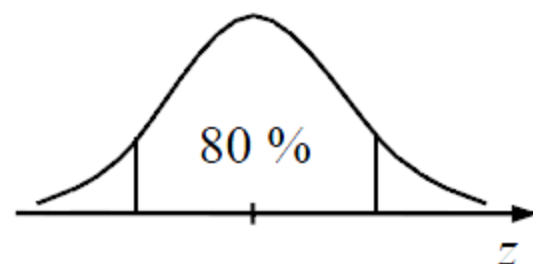
$$\frac{x - 25}{2,5} = 1,28 \quad | \cdot 2,5$$

$$x - 25 = 2,5 \cdot 1,28$$

$$x = 25 + 2,5 \cdot 1,28$$

$$x \approx 28,2 \text{ (mg)}$$

343. Epänormaaleja on 20 %.
Symmetrian vuoksi 10 %:n älykkyys
on normaalin älykkyys ylärajan yläpuolella.
Siis alapuolella on 90 %.



Taulukon mukaan $\Phi(z) = 0,9$, kun $z \approx 1,28$.

Siis yläraja on 1,28 keskihajontaa keskiarvon yläpuolella eli
 $100 + 1,28 \cdot 15 \approx 119,2$.

Vastaavasti alaraja on

$100 - 1,28 \cdot 15 \approx 80,8$.

Poikkeavia ovat ne, joiden älykkyysosamäärä on
enintään 80 tai vähintään 120.