

259. Kyseessä on toistokoe, jossa

$$n = 13, \quad p = P(\text{Kotivoitto}) = 0,47 \quad \text{ja} \quad k = 7.$$

Käytetään binomitodennäköisyyden kaavaa

$$P(\text{Tapahtuma sattuu } k \text{ kertaa}) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}.$$

$$\begin{aligned} P(7 \text{ kotivoittoa}) &= \binom{13}{7} \cdot 0,47^7 \cdot (1 - 0,47)^{13-7} \\ &= \binom{13}{7} \cdot 0,47^7 \cdot 0,53^6 = 1716 \cdot 0,47^7 \cdot 0,53^6 \approx 0,19 \end{aligned}$$

260. Kyseessä on toistokoe, jossa $n = 4$ ja $p = P(\text{Tulee kuutonen}) = \frac{1}{6}$.

Tapahtumiskertojen määrä $k = 0, 1, 2, 3, 4$.

$$p_k = P(\text{Tapahtuma sattuu } k \text{ kertaa}) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}.$$

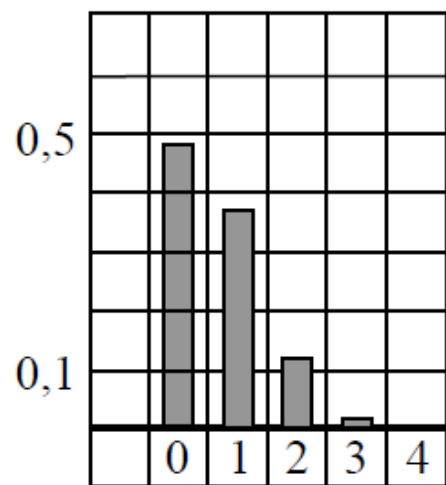
$$P(0 \text{ kuutosta}) = \binom{4}{0} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 = 1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 0,482$$

$$P(1 \text{ kuutonen}) = \binom{4}{1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0,386$$

$$P(2 \text{ kuutosta}) = \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = 4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 \approx 0,116$$

$$P(3 \text{ kuutosta}) = \binom{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^1 = 4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \frac{5}{6} \approx 0,015$$

$$P(4 \text{ kuutosta}) = \binom{4}{4} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^0 = 1 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot 1 \approx 0,00077$$



Kopioi

261. Kyseessä on toistokoe, jossa $n = 6$ ja $p = P(\text{Tulee voittoarpa}) = \frac{1}{3}$.

Käytetään binomitodennäköisyyden kaavaa

$$P(k \text{ tapahtumaa}) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}.$$

$$P(2 \text{ voittoa}) = \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 \approx 0,33$$

263. a) Poikia ja tyttöjä on yhtä monta, jos poikia on 2.

Tilanteen voi ajatella toistokokeeksi, jossa

$$n = 4 \text{ ja } p = P(\text{Poika}) = 0,512.$$

Binomitodennäköisyyden kaavalla saadaan:

$$P(\text{Kaksi poikaa}) = \binom{4}{2} \cdot 0,512^2 \cdot 0,488^2 \approx 0,375$$

b) Poikia on 4.

Binomitodennäköisyyden kaavassa $n = 8$, $k = 4$ ja $p = 0,512$:

$$P(4 \text{ poikaa}) = \binom{8}{4} \cdot 0,512^4 \cdot 0,488^4 \approx 0,273$$

264. Tapahtuman ”Enintään 3 sadepäivää” muodostuu toisensa poissulkevista tapahtumista ”0, 1, 2 tai 3 sadepäivää”.

Tilanteen voi ajatella toistokokeeksi, jossa

$n = 7$, $p = P(\text{Sadepäivä}) = 0,3$ ja $k = 0, 1, 2$ tai 3 .

$$P(\text{Enintään 3 sadepäivää}) = P(0) + P(1) + P(2) + P(3)$$

$$= 0,7^7 + \binom{7}{1} \cdot 0,3^1 \cdot 0,7^6 + \binom{7}{2} \cdot 0,3^2 \cdot 0,7^5 + \binom{7}{3} \cdot 0,3^3 \cdot 0,7^4$$

$$\approx 0,0824 + 0,2471 + 0,3177 + 0,2269 \approx 0,87$$

267. Tapahtuman ”Vähintään 2 värisokeaa” vastatapahtuma on ”0 tai 1 värisokeaa”.

Tämä tapahtuu, jos värisokeita on:

A : 0 poikaa ja 0 tyttöä tai B : 1 poika ja 0 tyttöä tai

C : 0 poikaa ja 1 tyttö

$$P(\text{Vähintään 2 värisokeaa}) = 1 - (P(A) + P(B) + P(C))$$

$$= 1 - (0,92^{15} \cdot 0,994^{17} + \binom{15}{1} \cdot 0,08 \cdot 0,92^{14} \cdot 0,994^{17} + 0,92^{15} \cdot \binom{17}{1} \cdot 0,006 \cdot 0,994^{16})$$

$$\approx 0,38$$

Kopioi

268. Lasketaan voiton odotusarvo. Satunnaismuuttujan ”Voitto” jakauma:

Arvo (€) Todennäköisyys (Binomitodennäköisyys, jossa $n = 3$ ja $p = 0,5$.)

5	$P(3 \text{ kruunaa}) = 0,125$	$(k = 3)$
3	$P(2 \text{ kruunaa}) = 0,375$	$(k = 2)$
1	$P(1 \text{ kruunaa}) = 0,375$	$(k = 1)$
-15	$P(0 \text{ kruunaa}) = 0,125$	$(k = 0)$

Odotusarvo on

$$0,125 \cdot 5 + 0,375 \cdot 3 + 0,375 \cdot 1 + 0,125 \cdot (-15) = 0,25 \text{ (euroa).}$$

Voiton odotusarvo on positiivinen, joten pelata kannattaa.

