

217. Merkitään ryhmän kokoa n .

$$P(\text{Ryhmässä ei ole yhtään ruotsinkielistä}) = 0,936^n.$$

$$P(\text{Ryhmässä on ainakin yksi ruotsinkielinen}) > 0,9, \text{ kun}$$

$$0,936^n < 0,1$$

$$\text{Kokeilemalla saadaan } n \geq 35.$$

Tarkempi lasku:

$$1 - P(0 \text{ ruotsinkielistä}) = 1 - 0,936^n$$

$$1 - 0,936^n > 0,9$$

$$1 - 0,936^n > 0,9$$

$$-0,936^n > -0,1$$

$$0,936^n < 0,1$$

Huom: systemaattinen kokeilu, siis "älä heti löydä" oikeaa vastausta

227. $P(\text{Ensimmäisellä } 5 \text{ tai toisella } 4)$

$$= P(\text{Ensimmäisellä } 5) + P(\text{Toisella } 4) - P(\text{Ensimmäisellä } 5 \text{ ja toisella } 4)$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36} \approx 0,31$$

228. a) Ovat.

b) Eivät ole. (Molemmat voivat myöhästyä.)

c) Ovat.

d) Eivät ole. (Voi tulla esimerkiksi 2 klaavaa, jolloin molemmat tapahtuvat.)

229. Olkoot siemenet A ja B.

Siemenet itävät toisistaan riippumatta.

a) Tapahtuma ”Tasan yksi itää”, muodostuu toisensa poissulkevista tapahtumista ”A itää, B ei” ja ”A ei idä, B itää”.

Yhteenlaskusäännön perusteella:

$$\begin{aligned}P(\text{Toinen itää, toinen ei}) &= P(A \text{ itää, } B \text{ ei}) + P(A \text{ ei idä, } B \text{ itää}) \\&= 0,9 \cdot 0,2 + 0,1 \cdot 0,8 = 0,26\end{aligned}$$

b) Yhteenlaskusäännön perusteella:

$$\begin{aligned}P(\text{Ainakin yksi itää}) &= P(A \text{ itää tai } B \text{ itää}) \\&= P(A \text{ itää}) + P(B \text{ itää}) - P(A \text{ itää ja } B \text{ itää}) \\&= 0,9 + 0,8 - 0,9 \cdot 0,8 = 0,98\end{aligned}$$

230. a) Koska puoliset eivät ole biologisia lähisukulaisia, puolisoiden reesusominaisuudet ovat riippumattomia.
 $P(\text{Henkilö reesusnegatiivinen}) = 0,15$.

$$P(\text{Molemmat Rh-}) = 0,15 \cdot 0,15 \approx 0,023$$

b) Olkoot puoliset A ja B. Erillisinä tapahtumina

$P(\text{Sama reesusominaisuus})$

$$= P(\text{"A:lla Rh+, B:llä Rh+" tai "A:lla Rh-, B:llä Rh-"})$$

$$= P(\text{A:lla Rh+ ja B:llä Rh+}) + P(\text{A:lla Rh- ja B:llä Rh-})$$

$$= 0,85 \cdot 0,85 + 0,15 \cdot 0,15 \approx 0,75.$$

231. $P(\text{Opiskelija vastustaa}) = 0,62$, $P(\text{Opiskelija kannattaa}) = 0,38$

Merkitään valittuja opiskelijoita A ja B.

Tapahtuma "Eri mieltä" muodostuu toisensa poissulkevista tapahtumista:

"A vastustaa ja B kannattaa" tai "A kannattaa ja B vastustaa".

Siis:

$$\begin{aligned} P(\text{Eri mieltä}) &= P(\text{A vastustaa ja B kannattaa}) + P(\text{A kannattaa ja B vastustaa}) \\ &= 0,62 \cdot 0,38 + 0,38 \cdot 0,62 \approx 0,47 \end{aligned}$$

232. Sukupuolet määräytyvät toisista riippumatta.

$$P(\text{Poika}) = 0,512, \quad P(\text{Tyttö}) = 0,488$$

Tapahtuma muodostuu toisensa poissulkevista tapahtumista.

$$P(\text{Eri sukupuolet}) = P(\text{Lapset poikia tai lapset tyttöjä})$$

$$= P(\text{Lapset poikia}) + P(\text{Lapset tyttöjä})$$

$$= 0,512^4 + 0,488^4 \approx 0,125$$

233. Tapahtuma muodostuu toistensa poissulkevista tapahtumista.

$$P(\text{Saman väriset sukat}) = P(\text{Molemmat sukat punaisia tai molemmat sukat mustia})$$

$$= P(\text{Molemmat sukat punaisia}) + P(\text{Molemmat sukat mustia})$$

$$= \frac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}} + \frac{\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{6}{45} + \frac{15}{45} = \frac{7}{15} \approx 0,47$$

Tai kertolaskusäännöllä:

$$P(\text{samanväriset sukat}) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} + \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{7}{15}$$

234. Käytetään kokonaistodennäköisyyttä:

$P(\text{pallo valkoinen})$

$$\begin{aligned} &= P(\text{valitaan rasia 1}) \cdot P(\text{pallo valkoinen} \mid \text{rasia 1}) \\ &+ P(\text{valitaan rasia 2}) \cdot P(\text{pallo valkoinen} \mid \text{rasia 2}) \\ &+ P(\text{valitaan rasia 3}) \cdot P(\text{pallo valkoinen} \mid \text{rasia 3}) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{23}{36} \approx 0,64$$

235. Käytetään kokonaistodennäköisyyttä:

$P(\text{Piiri viallinen})$

$$\begin{aligned} &= P(\text{Koneen 1 valmistama}) \cdot P(\text{Viallinen} \mid \text{Koneen 1 valmistama}) + \\ &\quad P(\text{Koneen 2 valmistama}) \cdot P(\text{Viallinen} \mid \text{Koneen 2 valmistama}) \\ &= 0,75 \cdot 0,05 + 0,25 \cdot 0,18 \approx 0,083 \end{aligned}$$

$$236. \quad P(\text{Heitolla kuutonen}) = \frac{1}{6}, \quad P(\text{Heitolla ei kuutosta}) = \frac{5}{6}$$

$P(5 \text{ heitolla yksi kuutonen})$

$$= P(1. \text{ heitolla kuutonen, muilla ei}) + P(2. \text{ heitolla kuutonen, muilla ei}) \\ + \dots + P(5. \text{ heitolla kuutonen, muilla ei})$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} + \dots + \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6}$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 + \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 + \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 + \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 + \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

$$= 5 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \left(\frac{5}{6}\right)^5 \approx 0,40$$

237. $P(\text{Heitto koriin}) = 0,80$, $P(\text{Heitto ohi}) = 0,20$

a) Tapahtuma muodostuu toisensa poissulkevista tapahtumista.

$P(2 \text{ heittoa koriin})$

$$= P(1. \text{ heitto koriin}, 2. \text{ heitto koriin}, 3. \text{ heitto ohi}) \quad (\text{KKO})$$

$$+ P(1. \text{ heitto koriin}, 2. \text{ heitto ohi}, 3. \text{ heitto koriin}) \quad (\text{KOK})$$

$$+ P(1. \text{ heitto ohi}, 2. \text{ heitto koriin}, 3. \text{ heitto koriin}) \quad (\text{OKK})$$

$$= 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,8 + 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,8$$

$$= 3 \cdot 0,8^2 \cdot 0,2 = 0,384 \approx 0,38$$

b) Ainakin 2 koria tulee, jos tulee 2 tai 3 koria.

Tapahtumat ovat toisensa poissulkevat.

$$P(3 \text{ heittoa koriin}) = P(1. \text{ heitto koriin}, 2. \text{ heitto koriin}, 3. \text{ heitto koriin})$$

$$= 0,8^3 = 0,512$$

$$P(\text{Ainakin 2 koria}) = P(2 \text{ koria}) + P(3 \text{ koria}) = 0,384 + 0,512 \approx 0,90$$

238. Valoista voi punaisella olla 0, 1, 2, 3 tai 4.

Siis X :n arvot ovat 0, 1, 2, 3 ja 4.

Vastaavat todennäköisyydet:

$$P(X=0) = 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,3 = 0,072 \quad (\text{VVV})$$

$$\begin{aligned} P(X=1) &= 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,7 \\ &= 0,324 \end{aligned} \quad (\text{PVV VPV VVP})$$

$$\begin{aligned} P(X=2) &= 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,3 + 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,7 + 0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,7 \\ &= 0,436 \end{aligned} \quad (\text{PPV PVP VPP})$$

$$P(X=3) = 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,7 = 0,168 \quad (\text{PPP})$$

Odotusarvo:

$$E(X) = 0,0072 \cdot 0 + 0,324 \cdot 1 + 0,436 \cdot 2 + 0,168 \cdot 3 = 1,7$$

239. $P(\text{Vähemmän kuin neljä heittoa})$

$$= P(\text{Klaava tulee 1. tai 2. tai 3. heitolla})$$

$$= P(1. \text{ heitolla}) + P(2. \text{ heitolla}) + P(3. \text{ heitolla})$$

$$= P(1. \text{ heitolla klaava}) + P(1. \text{ heitolla kr, 2. heitolla kl}) + P(\text{kr, kr, kl})$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{8} = 0,875$$

(Voi myös ensin laskea vastatapahtuman

”tarvitaan ainakin neljä heittoa” eli

”kolmella heitolla ei tule klaavaa” eli ”tulee kolme kruunaa”

todennäköisyyden $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.)