

K02

1. a) Ratkaise yhtälö $3x + 4 = 5 - 6x$. b) Ratkaise yhtälö $12x^2 - 7x + 1 = 0$.

S02

2. Laske paraabelien $y = 5x^2 - x$ ja $y = 1 - x^2$ leikkauspisteet.
3. Liikenneministeriön teettämässä tutkimuksessa kotitalouksien autoistumista selitettiin mallilla $y = 0,21a + 0,36b + 0,20c + 0,34d - 0,26$, jossa y ilmoittaa, millä todennäköisyydellä tietyntyyppisellä kotitaloudella on auto käytettävissään. Selittävinä muuttujina mallissa ovat a = perhetyyppi, b = tulot, c = perheen päämiehen ikä ja d = asuinkunnan kaupunkimaisuus. Keskituloisella kahden huoltajan lapsiperheellä, jonka päämiehen ikä on 30 vuotta, on $a = 0,93$, $b = 0,79$ ja $c = 1,35$. Millä todennäköisyydellä kuvatuunlaisella kotitaloudella on käytettävissään auto, jos perheen asuinkunta on a) kaupunkimainen, jolloin $d = 0,78$, b) maaseutumainen, jolloin $d = 1,01$?

K03

3. a) Kuinka suuret ovat kolmion kulmat, kun niiden suhde on $5 : 11 : 20$? b) Kuinka suuret ovat suorakulmaisen kolmion sivut, kun niiden suhde on $3 : 4 : 5$ ja kolmion ala on $13\frac{1}{2}$?

S03

2. Ratkaise yhtälö $5(3x + 1) - 4(3 - 2x) = 2x$. Tutki, toteuttaako tämä ratkaisu myös yhtälön $27x^3 - 54x + 17 = 0$.

K04

1. Ratkaise a) yhtälö $x(x + 1) = 156$, b) yhtälöpari
$$\begin{cases} 2x + 3y = -8, \\ 2x - y = 4. \end{cases}$$

S04

2. Esitä luvut $a = 260\,000\,000\,000$, $b = 7\,800\,000\,000\,000$ ja $c = 39\,000\,000\,000\,000$ kymmenen potenssien avulla ja laske esityksiä käyttäen lausekkeiden $\frac{a+b+c}{a}$ ja $\frac{ab}{c}$ arvot.

K05

3. Nuoripari pitää kirjaa talousmenoistaan. Joka kuukauden viimeisenä päivänä he laskevat, kuinka paljon kuukauden menot ovat olleet. Eräänä vuonna marraskuun lopussa menot olivat olleet keskimäärin 1 651,20 euroa kuukaudessa. Joulukuussa menot olivat 1 814,88 euroa. Mikä oli talousmenojen kuukausikeskiarvo koko vuoden osalta?

S05

1. a) Ratkaise yhtälö $(3x - 2)(3x + 5) = 0$. b) Mikä on lausekkeen $\frac{a^2 - c^2}{b - c}$ arvo, kun $a = 1$, $b = -2$ ja $c = -\frac{1}{2}$?

K06

1. Ratkaise yhtälöt a) $20x^2 - 49x + 9 = 0$, b) $\frac{x}{3} + \frac{4}{6} = \frac{x}{2}$

S06

2. Olkoon annettuna kaksi pistettä: $A = (2, 6)$ ja $B = (1, -1)$. Määritä a) pisteiden A ja B määrittämän suoran yhtälö, b) janan AB pituus, c) janan AB keskipisteen koordinaatit.
4. Abiturientilla on kaksi herätyskelloa. Uudempi toimii oikein 98 %:n todennäköisyydellä ja vanhempi 85 %:n todennäköisyydellä. Matematiikan kokeen aattona abiturienti asettaa molemmat kellot soimaan seuraavana aamuna. Millä todennäköisyydellä kelloista soi oikeaan aikaan a) molemmat, b) vain toinen, c) ei kumpikaan?

K07

2. a) Suorakulmaisen kolmion kateettien pituudet ovat 1 ja 3. Määritä kolmion terävien kulmien suuruudet 0,01 asteen tarkkuudella.
- b) Määritä funktion $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 4x + \frac{7}{3}$ derivaatta.
- c) Määritä geometrisen lukujonon $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \dots$ kolmas termi.

S07

2. a) Suorakulmaisen kolmion hypotenuusan pituus on 11 ja toisen kateetin pituus 5. Määritä kolmion terävät kulmat 0,01 asteen tarkkuudella.
- b) Derivoi funktio $f(x) = 3x^{2007} - 15x^{12} + 2x - 12345$.
- c) Mikä on aritmeettisen lukujonon 1, 4, ... kymmenes termi?

K08

1. a) Ratkaise yhtälö $2x + 1 = x^2 + 2x$.
- b) Ratkaise yhtälöryhmä $2x + y = 1, x - y = 0$.
- c) Kumpi luvuista $\frac{5}{7}$ ja $\frac{6}{9}$ on suurempi? Perustele ratkaisusi likiarvoja käyttämättä esimerkiksi muodostamalla lukujen erotus.
2. a) Ratkaise yhtälö $5x - (1 - x) = 13x$.
- b) Määritä lukujen 7, 3, 6, 3, 5, 3, 1 mediaani ja keskiarvo.
5. Kännykkäliittymän A kuukausimaksu on 4 euroa ja puhelumaksu 0,09 euroa minuutilta. Kännykkäliittymässä B ei ole kuukausimaksua, mutta puhelumaksu on 0,12 euroa minuutilta. Määritä kuukausilaskun suuruus kummassakin tapauksessa lausekkeena, jossa muuttujana on puheaika minuutteina. Millä puheaajalla liittymien A ja B kuukausilaskut ovat yhtä suuret?
8. Kulhossa on viisi punaista ja kymmenen mustaa palloa. Kulhosta poimitaan umpimähkään viisi palloa palauttamatta yhtäkään. Mikä on todennäköisyys, että ainakin yksi poimituista palloista on punainen? Millä todennäköisyydellä kaikki viisi ovat samanvärisiä?

muoto $9x = 1$

$$x = \frac{1}{9}$$

sijoitus ratkaisukaavaan

$$x_1 = \frac{1}{3}, \quad x_2 = \frac{1}{4}$$

$$2. \quad 6x^2 - x - 1 = 0$$

$$x_1 = -\frac{1}{3}, \quad x_2 = \frac{1}{2}$$

$$\left(-\frac{1}{3}, \frac{8}{9}\right), \quad \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$$

$$a) \quad y = [0,7549]$$

$$\approx 0,75$$

$$b) \quad y = [0,8331]$$

$$\approx 0,83$$

$$a) \quad 5a + 11a + 20a = 180, \text{ josta } a = 5$$

Kulmat $5a$, $11a$ ja $20a$ eli 25° , 55° , 100°

$$b) \quad \text{Kateetit } 3a \text{ ja } 4a, \text{ ehto } \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 4a = 13\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{3} \quad \text{Vastaus: Toteuttaa yhtälön}$$

$$a) \quad \text{Sulkeiden poisto } x^2 + x - 156 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 156}}{2}, \text{ josta } x_1 = -13, \quad x_2 = 12$$

$$b) \quad \text{Eliminoitu esim. } x, \text{ jolloin } 4y = -12$$

$$\text{Tästä tuntemattoman } y \text{ ratkaisuksi } y = -3$$

$$\text{Toinen tuntematon } x = \frac{1}{2}$$

$$a = 26 \cdot 10^{10}, b = 78 \cdot 10^{11}, c = 39 \cdot 10^{12}$$

$$\frac{a+b+c}{a} = \frac{(26+78+3900) \cdot 10^{10}}{26 \cdot 10^{10}} \\ = 181$$

$$\frac{ab}{c} = \frac{26 \cdot 78}{39} \cdot \frac{10^{10} \cdot 10^{11}}{10^{12}} \\ = 52 \cdot 10^9 \text{ tai vast.}$$

Koko vuoden menot $11 \cdot 1651,20 + 1814,88$ [= 19978,08]

Laskettu keskiarvo, jakajana luku 12: $\frac{11 \cdot 1651,20 + 1841,88}{12}$

Vastaus: 1664,84 €

a) $3x - 2 = 0$, $3x + 5 = 0$ tai $9x^2 + 9x - 10 = 0$

$$x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = -\frac{5}{3}$$

$$\text{Osoittaja} = \frac{3}{4}, \text{nimittäjä} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{Tulos} = -\frac{1}{2}$$

a) Ratkaisukaavan käyttö

$$x_1 = \frac{9}{4}$$

$$x_2 = \frac{1}{5}$$

Tulos $x = 4$

a) Kulmakerroin $k = 7$

yhtälö $y = 7x - 8$, $7x - y = 8$ tai vast.

b) Etäisyyden juurilauseke oikeilla luvuilla

tulos $5\sqrt{2}$ tai $\sqrt{50}$

c) Keskiarvolausekkeet oikeilla luvuilla

tulos $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$

2. a) $\tan \alpha = \frac{1}{3}$

$$\alpha = 18,4349 \dots^\circ$$

$$\tan \beta = 3 \Leftrightarrow \beta = 71,5650 \dots^\circ$$

$$\alpha \approx 18,43^\circ, \beta \approx 71,57^\circ$$

b) $f'(x) = x^2 + 3x - 4$

a) $0,98 \cdot 0,85 = 0,833$

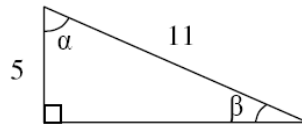
b) $0,98 \cdot 0,15 + 0,02 \cdot 0,85 = 0,164$

c) $0,15 \cdot 0,2 = 0,003$

c) $q = \frac{4}{9} / \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

$$a_3 = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{8}{27}$$

2. a) $\cos \alpha = \frac{5}{11} \Leftrightarrow \alpha = 62,964\dots^\circ \approx 62,96^\circ$
 $\sin \beta = \frac{5}{11} \Leftrightarrow \beta = 27,035\dots^\circ \approx 27,04^\circ$



b) $f(x) = 3x^{2007} - 15x^{12} + 2x - 12345$
 $f'(x) = 6021x^{2006} - 180x^{11} + 2$

c) 28

1. a) $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1$

$$x = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x = \pm 1$$

b) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - y = 0 \end{cases} \Rightarrow 3x = 1$

$$x = \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{3} - y = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

c) $\frac{5}{7} - \frac{6}{9} = \frac{1}{21}$ (TAI $\frac{5}{7} = \frac{45}{63}$, $\frac{6}{9} = \frac{42}{63}$)

$$\frac{5}{7} \text{ suurempi}$$

2. a) $5x - (1 - x) = 13x \Leftrightarrow 5x - 1 + x = 13x$

$$-7x = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{7}$$

b) 1, 3, 3, **3**, 5, 6, 7 mediaani 3

$$\text{keskiarvo} = \frac{1+3+3+3+5+6+7}{7} = 4$$

5. A: $f(x) = 0,09x + 4$ tai A: $0,09x + 4$

B: $g(x) = 0,12x$ tai B: $0,12x$

$$0,09x + 4 = 0,12x \Leftrightarrow$$

$$x = 133,33\dots$$

Vast: 133 min

$$P(\text{kaikki mustia}) = \frac{10}{15} \cdot \frac{9}{14} \cdot \frac{8}{13} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11}$$

$$= \frac{12}{143}$$

$$P(\text{ainakin yksi punainen}) = 1 - \frac{12}{143} = \frac{131}{143} = 0,916083... \approx 0,916 \text{ tai } 0,92$$

$$P(\text{kaikki punaisia}) = \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14} \cdot \frac{3}{13} \cdot \frac{2}{12} \cdot \frac{1}{11} = \frac{1}{3003}$$

$$P(\text{kaikki samanvärisiä}) = \frac{12}{143} + \frac{1}{3003} = \frac{23}{273} = 0,084249... \approx 0,084$$

