

1. kurssi

K05

1. Ratkaise a) yhtälö $3x + 2 = x - 4(5x - 1)$, b) yhtälö $\frac{x}{10} + \frac{x}{15} = x + 1$.

K02

1. a) Ratkaise yhtälö $3x + 4 = 5 - 6x$. b) Ratkaise yhtälö $12x^2 - 7x + 1 = 0$.

1. Ratkaise a) yhtälö $3x + 2 = x - 4(5x - 1)$, b) yhtälö $\frac{x}{10} + \frac{x}{15} = x + 1$.

$$3x + 2 = x - 4(5x - 1)$$

$$3x + 2 = x - 20x + 4$$

$$3x - x + 20x = 4 - 2$$

$$22x = 2 \quad | : 22$$

$$x = 1/11$$

$$\frac{x}{10} + \frac{x}{15} = x + 1 \quad | \cdot 30$$

$$3x + 2x = 30x + 30$$

$$5x - 30x = 30$$

$$-25x = 30 \quad | : (-25)$$

$$x = -6/5$$

1. a) Ratkaise yhtälö $3x + 4 = 5 - 6x$. b) Ratkaise yhtälö $12x^2 - 7x + 1 = 0$.

$$3x + 4 = 5 - 6x$$

$$3x + 6x = 5 - 4$$

$$9x = 1$$

$$x = 1/9$$

$$a = 12, b = -7, c = 1$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 12 \cdot 1}}{2 \cdot 12} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{24}$$

$$= \frac{7 \pm 1}{24}$$

$$\text{Vastaus: } x_1 = 1/3$$

$$x_2 = 1/4$$

2. kurssi

S03

4. Maapallon väkiluku on 6,3 miljardia, ja maapallon säde on 6 370 km. Mikä on väestön tiheys (henkeä/km²), jos väestö ajatellaan jaetuksi tasaisesti koko maapallolle? Mikä on väestön tiheys, jos otetaan huomioon vain maapinta-ala? Vesistöjen osuus maapallon pinnasta on 71 %.

S05

7. Kuinka suuri on sen ympyrän säde, jonka kehällä olevaa 5,1 metrin pituista kaarta vastaa 9 asteen keskuskulma?

4. Maapallon väkiluku on 6,3 miljardia, ja maapallon säde on 6 370 km. Mikä on väestön tiheys (henkeä/km²), jos väestö ajatellaan jaetuksi tasaisesti koko maapallolle? Mikä on väestön tiheys, jos otetaan huomioon vain maapinta-ala? Vesistöjen osuus maapallon pinnasta on 71 %.

Väkiluku $6,3 \cdot 10^9$ henkeä

$$\text{Pinta-ala } A = 4\pi \cdot 6370^2 = 5,0990... \cdot 10^8 \approx 5,10 \cdot 10^8 \text{ km}^2 \qquad \frac{6,3 \cdot 10^9}{5,099 \cdot 10^8} \approx 12,4$$

Vastaus: 12 henkeä / km²

$$\text{Maapinta-ala } 0,29A = 1,4787... \cdot 10^8 \approx 1,48 \cdot 10^8 \text{ km}^2 \qquad \frac{6,3 \cdot 10^9}{1,4787... \cdot 10^8} \approx 42,6$$

Vastaus: 43 henkeä / km²

7. Kuinka suuri on sen ympyrän säde, jonka kehällä olevaa 5,1 metrin pituista kaarta vastaa 9 asteen keskuskulma?

$$\frac{9}{360} \cdot 2\pi r = 5,1 \quad | \cdot 360$$

$$18\pi r = 1836 \quad | :18\pi$$

$$r \approx 32,5$$

V: 32,5 m

(30 m / 32 m)

3. kurssi

S05

9. Vuonna 2002 oli maksukorttimaksujen arvo Suomessa noussut noin 2,5-kertaiseksi siitä, mitä se oli vuonna 1993. Kuinka monta prosenttia korttimaksujen arvo on noussut vuosittain, jos oletetaan kasvun eri vuosina olleen prosentuaalisesti yhtä suurta? Kuinka suuri oli korttimaksujen arvo vuosina 2002 ja 1993 euroina ilmaistuna, kun se vuonna 1995 oli 10,1 miljardia euroa?

K06

2. Sievennä lausekkeet

$$\text{a)} \quad \frac{x^2}{3x} + \frac{2(1-x)}{6}, \quad \text{b)} \quad \frac{(x+2)(x-2)}{x^2-4}, \quad \text{c)} \quad \frac{x^{3+n}x^{4+n}}{x^7}$$

9. Vuonna 2002 oli maksukorttimaksujen arvo Suomessa noussut noin 2,5-kertaiseksi siitä, mitä se oli vuonna 1993. Kuinka monta prosenttia korttimaksujen arvo on noussut vuosittain, jos oletetaan kasvun eri vuosina olleen prosentuaalisesti yhtä suurta? Kuinka suuri oli korttimaksujen arvo vuosina 2002 ja 1993 euroina ilmaistuna, kun se vuonna 1995 oli 10,1 miljardia euroa?

a = korttimaksujen arvo vuonna 1993

$$q^9 a = 2,5a$$

$$q^9 = 2,5$$

$$q = \sqrt[9]{2,5} = 1,10717\dots$$

Vastaus: noin 10,7% (11)

Arvo v. 2002: $q^7 \cdot 10,1 = 20,598\dots \approx 20,6$ miljardia

Arvo v. 1993: $q^{-2} \cdot 10,1 = 8,239\dots \approx 8,2$ miljardia

2. Sievennä lausekkeet

$$\text{a)} \quad \frac{x^2}{3x} + \frac{2(1-x)}{6}, \quad \text{b)} \quad \frac{(x+2)(x-2)}{x^2-4}, \quad \text{c)} \quad \frac{x^{3+n}x^{4+n}}{x^7}$$

$$\frac{x}{3} + \frac{2-2x}{6} = \frac{x}{3} + \frac{2}{6} - \frac{x}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{x^2 - 2x + 2x - 4}{x^2 - 4} = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4} = 1$$

$$\frac{x^{3+n+4+n}}{x^7} = x^{3+n+4+n-7} = x^{2n}$$

4. kurssi

K05

- 11.** Määritä se paraabelin $y = x^2 + 2x - 1$ piste (x, y) , jossa koordinaattien summa on mahdollisimman pieni.

11. Määritä se paraabelin $y = x^2 + 2x - 1$ piste (x, y) , jossa koordinaattien summa on mahdollisimman pieni.

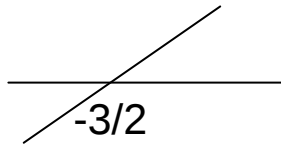
Koordinaattien summa $s(x) = x + (x^2 + 2x - 1) = x^2 + 3x - 1$

$$s'(x) = 2x + 3 = 0$$

Tulos $x = -\frac{3}{2}$

f'	-	+
f		

-3/2

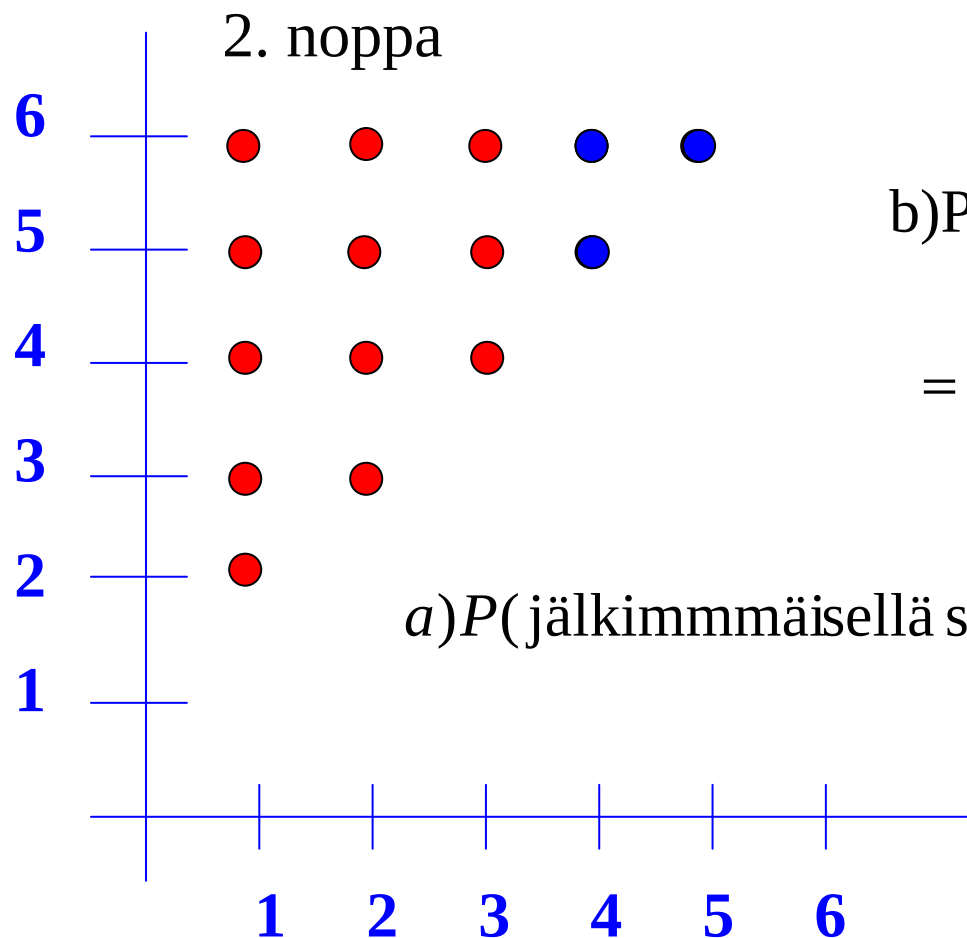


$$\begin{aligned} y &= \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) - 1 \\ &= -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

5. kurssi

K02

9. Noppaa heitetään kaksi kertaa. Mikä on todennäköisyys, että jälkimmäisellä heitolla saadaan suurempi silmäluku kuin edellisellä? Jos noppaa heitetään kolme kertaa ja ensimmäisellä heitolla on saatu kolmonen, mikä on todennäköisyys, että toisella heitolla saadaan suurempi silmäluku kuin ensimmäisellä ja kolmannella heitolla suurempi kuin toisella?



b) $P(\dots)$

$$= \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$a) P(\text{jälkimmäisellä suurempi kuin edellisellä}) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

9. Noppaa heitetään kaksi kertaa. Mikä on todennäköisyys, että jälkimmäisellä heitolla saadaan suurempi silmäluku kuin edellisellä? Jos noppaa heitetään kolme kertaa ja ensimmäisellä heitolla on saatu kolmonen, mikä on todennäköisyys, että toisella heitolla saadaan suurempi silmäluku kuin ensimmäisellä ja kolmannella heitolla suurempi kuin toisella?

6. kurssi

S04

6. Muodosta geometrisen jonon $\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2}, \dots$ n :n ensimmäisen termin summa. Ratkaise summalauseketta käyttäen, mistä n :n arvosta alkaen summa ylittää miljoonan.

$$q = 1\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 3$$

$$S_n = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1 - 3^n)}{1 - 3} = -\frac{1}{4}(1 - 3^n) = \frac{1}{4}(3^n - 1)$$

$$\frac{1}{4}(3^n - 1) > 1000000 \qquad \frac{1}{4}(3^n - 1) = 1000000$$

$$3^n - 1 = 4000000$$

$$3^n = 4000001$$

$$n = \frac{\lg 4000001}{\lg 3} \approx 13,83$$

Vastaus: 14