

Milloin derivoidaan – uusimpia yo-tehtäviä

b) Määritä funktion $f(x) = x^3 - 6x^2 + 1$ derivaatan nollakohdat.

10. Suorakulmion yksi kärki on origossa, toinen pisteessä $(x, 0)$, $0 \leq x \leq 4$, ja kolmas paraabelilla $y = 4x - x^2$. Muodosta suorakulmion alan lauseke x :n avulla ja määritä alan suurin arvo.
12. Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 13,5x^2 - 41x + 50$ suurin arvo välillä $[0, 10]$. Mikä on vastaava muuttujan x arvo? Millä muuttujan x arvolla funktio kasvaa nopeimmin? Anna vastaukset kolmen desimaalin tarkkuudella. Piirrä funktion kuvaaja ko. välillä.

- 7.** Pallo heitetään hetkellä $t = 0$. Sen lentokorkeus metreinä saadaan lausekkeesta $-0,15t^2 + 2,4t + 1,8$, missä t on aika sekunneissa. Kuinka korkealla pallo käy? Millä aikavälillä sen lentorata on laskeva?
- 10.** Kolmannen asteen polynomifunktiolla $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ on paikallinen minimi -2 kohdassa $x = 0$ ja paikallinen maksimi 1 kohdassa $x = 2$. Määritä kertoimet a , b , c ja d .
- b) Derivoi funktio $f(x) = 3x^{2007} - 15x^{12} + 2x - 12345$.
- 12.** Rautalanka, jonka pituus on 120 cm, katkaistaan kahteen osaan. Toinen osa taivutetaan neliöksi, toinen ympyräksi. Miten lanka on katkaistava, jotta ympyrän ja neliön alojen summa olisi mahdollisimman pieni?
- 13.** Funktio $f(x) = \sqrt{1+x}$ korvataan sitä lähellä olevalla polynomilla $p(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3$. Laske, kuinka monta prosenttia polynomin derivaatta $p'(x)$ poikkeaa funktion $f(x)$ derivaatasta $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{1+x}}$ pisteessä $x = 0,5$. Piirrä samaan kuvaan funktioiden $f(x)$ ja $p(x)$ kuvaajat välillä $[-1, 1]$.

b) Määritä funktion $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 4x + \frac{7}{3}$ derivaatta.

8. Määritä funktion $f(x) = x(3 - 4x - x^2)$ suurin ja pienin arvo välillä $[-1, 3]$.

12. Paraabelin $y = ax^2 + bx - 3$ huippu on pisteessä $(\frac{3}{2}, 1)$. Määritä kertoimet a ja b .

9. Tarkastellaan funktiota $f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 + \frac{11}{2}$ välillä $[-1, 4]$. a) Määritä funktion suurin ja pienin arvo annetulla välillä ja piirrä funktion kuvaaja. b) Määritä käyrän $y = f(x)$ tangentin kulmakertoimen suurin ja pienin arvo annetulla välillä.

10. Toisen asteen polynomin $y = ax^2 + bx + c$ kuvaaja kulkee pisteiden $(0, 0)$, $(1, 2)$ ja $(4, 3)$ kautta. Määritä kertoimet a , b ja c ja piirrä polynomin kuvaaja. Määritä polynomin derivaatta kohdassa $x = 2$.

7. Tutki, milloin funktio $f(x) = x^3 - 27x + 2$ on kasvava ja milloin vähenevä.
5. Olkoon $f(x) = 2x^3 - 3x + 1$. Laske $f'(\frac{\sqrt{3}}{2})$. Millä x :n arvoilla on $f'(x) = 0$?
7. Määritä ne kohdat, joissa funktion $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 17$ derivaatta saa arvon 2.
11. Määritä se paraabelin $y = x^2 + 2x - 1$ piste (x, y) , jossa koordinaattien summa on mahdollisimman pieni.

10. Osoita, että funktioilla $f(x) = -4x^3$ ja $g(x) = x^3 + x$ ei ole ääriarvoja, mutta summafunktiolla $h(x) = f(x) + g(x)$ on. Mitkä ovat nämä ääriarvot?
7. Näytä, että käyrillä $y = x^2 + 4x + 5$ ja $y = -x^2 + 3$ on vain yksi yhteinen piste. Määritä tähän pisteeseen asetetun käyrien yhteisen tangentin yhtälö. Piirrä kuvio.